

MODELOS DINÁMICOS DE CRECIMIENTO PARA RODALES REGULARES Y SU DESAGREGACIÓN PARA LA ESTIMACIÓN DE VOLÚMENES Y BIOMASA**DISAGGREGATED DYNAMIC GROWTH MODELS FOR ESTIMATING VOLUME AND BIOMASS IN EVEN-AGED STANDS****Esteban Gómez-García**

Departamento de Ingeniería Agroforestal, Universidad de Santiago de Compostela.

Escuela Politécnica Superior, C/ Benigno Ledo, Campus universitario, 27002, Lugo, España.

Correo-e: esteban.gomez@usc.es (Tel.: +34 982285900; Fax: +34 982285926).

RESUMEN

En este estudio se describe la metodología para desarrollar un modelo dinámico de crecimiento para rodales regulares y su desagregación para predecir volúmenes según destinos comerciales y la biomasa de árboles individuales (total o por componentes). Como ejemplo se toman los modelos desarrollados para rodales regulares de *Betula pubescens* Ehrh. y *Quercus robur* L. en Galicia (noroeste de España). La condición de un rodal se describe por las variables de estado; altura dominante, número de árboles por hectárea y área basal. El desarrollo de funciones de transición en diferencias algebraicas permite proyectar dichas variables a cualquier instante futuro. Un sistema de desagregación permite estimar, a partir de las variables de estado, el número de árboles y la altura media por clase diamétrica. Por último, el volumen y la biomasa se estiman desarrollando funciones de salida, que utilizan los diámetros y alturas estimadas en el proceso de desagregación.

PALABRAS CLAVE: *Betula pubescens* Ehrh., *Quercus robur* L., sistema de desagregación, Galicia, España.

ABSTRACT

This study presents a methodological process that can be used to develop disaggregated dynamic growth models for estimating total and merchantable volume and aboveground tree biomass (total or by tree component) for single species in even-aged stands. An example for birch (*Betula pubescens* Ehrh.) and pedunculate oak (*Quercus robur* L.) stands in Galicia (northwestern Spain) is used. The stand state at any point in time is defined by three static variables: dominant height, number of trees per hectare and stand basal area. These variables are projected using transition functions in algebraic difference form. A disaggregation system allows estimation of the number of trees and the average height per diameter class from state variables. Finally, output functions that use the estimated diameters and heights are used to estimate volume and biomass.

KEYWORDS: *Betula pubescens* Ehrh., *Quercus robur* L., disaggregation system, Galicia, Spain.



Recibido: 01 de agosto, 2012

Aceptado: 20 de agosto, 2013

doi: 10.5154/r.rchscfa.2012.08.047

<http://www.chapingo.mx/revistas>

INTRODUCCIÓN

El objetivo de los modelos de crecimiento es determinar la evolución de una o varias variables dendrométricas (de árbol individual) o dasométricas (de rodal) en el tiempo, las cuales se definen en el sistema a estudiar. Diéguez-Aranda et al. (2009) proponen cuatro formas de clasificar los modelos forestales de crecimiento: 1) Modelos de rodal, de clases dimensionales y de árbol individual, 2) Modelos estáticos y dinámicos, 3) Modelos determinísticos y estocásticos, y 4) Modelos empíricos, basados en procesos e híbridos.

Los modelos de rodal estiman la evolución de variables dasométricas. La ventaja principal de estos modelos es que requieren poca información para las simulaciones, por lo que son los más sencillos y a la vez más robustos (Burkhardt, 2003). Los modelos de clases dimensionales permiten simular el crecimiento en cada clase (diamétrica o de área basal) de manera separada mediante el cálculo de las características del árbol medio representativo de cada una de las clases (Gadow, Real, & Álvarez, 2001). Los modelos de árbol individual predicen el crecimiento de cada árbol introduciendo un factor de competencia, que puede ser o no dependiente de la distancia (Munro, 1974). Este tipo de modelos son más minuciosos que los de rodal, por lo que se necesitan mediciones más detalladas y por lo tanto mayor esfuerzo en la toma de datos en campo.

Los modelos de crecimiento y producción estáticos no dependen o no toman en cuenta explícitamente la tasa de crecimiento de los árboles y rodales forestales. Así, los modelos de rodal desarrollados a partir de datos de un solo inventario de una serie de parcelas de investigación son estáticos; también lo son los modelos generados a partir de datos de parcelas de investigación con más de una evaluación si la metodología de ajuste empleada no ha tomado en cuenta los crecimientos observados en cada parcela. Por su parte, los modelos dinámicos sí tienen en cuenta la evolución (es decir, el crecimiento) de las variables descriptivas de los árboles y rodales forestales a través del tiempo. Por tanto, es necesario disponer de datos colectados en árboles o rodales inventariados al menos en dos ocasiones para la construcción del modelo. Además, el ajuste estadístico debe realizarse con una metodología que permita tener en cuenta dicho crecimiento.

La diferencia entre los modelos determinísticos y estocásticos radica en que los primeros generan siempre los mismos resultados ante el mismo escenario (mismos datos de entrada y algoritmos), mientras que con los estocásticos se obtienen resultados diferentes cada vez que se realiza la simulación, debido a la introducción deliberada de un componente aleatorio en el modelo.

Finalmente, los modelos estadísticos o empíricos se basan en medidas de longitud, masa y tiempo. Por su parte, los modelos de proceso, además de las mediciones anteriores, tratan de incorporar una interpretación fisiológica y

INTRODUCTION

Growth models are used to determine the evolution of one or more dendrometric (individual tree) or forest mensuration (stand) variables in time, which are defined in the system under study. Diéguez-Aranda et al. (2009) propose four ways to classify forest growth models: 1) stand, dimensional class and individual tree models, 2) static and dynamic models, 3) deterministic and stochastic models, and 4) empirical models, based on process and hybrids.

Stand models estimate the evolution of forest mensuration variables. The main advantage of these models is that they require little information for simulations, so they are the simplest yet most robust growth models (Burkhardt, 2003). Dimensional class models simulate the growth in each class (diameter or basal area) separately by estimating the characteristics of the average tree representative of each class (Gadow, Real, & Álvarez, 2001). Individual tree models predict the growth of each tree by introducing a competition factor, which may or may not be dependent on distance (Munro, 1974). Such models are more detailed than stand ones, so more detailed measurements are needed and therefore greater effort in gathering field data.

Static growth models neither depend on nor explicitly take into account the growth rate of trees and forest stands. Thus, stand models developed from data drawn from a single inventory of a research plot series are static; they are also models generated from data drawn from research plots with more than one assessment if the fitting method has not taken into account the observed growth in each plot. On the other hand, dynamic models do take into account the evolution (i.e., growth) of the descriptive variables of trees and forest stands over time. Therefore, data needs to be collected on trees or inventoried stands at least twice to construct the model. Moreover, the fitting process must be performed with a methodology that takes into account this growth.

The difference between deterministic and stochastic models lies in the fact that the former always generates the same results under the same scenario (same input data and algorithms), whereas stochastic models produce different results each time the simulation is performed, due to the deliberate introduction of a random component into the model.

Finally, statistical or empirical models are based on length, mass and time measurements. For their part, process models, in addition to the above measurements, try to incorporate a physiological and ecological-based interpretation into the simulation (Erviti, 1991), which is why factors such as light, nutrient cycling, carbon balance, and leaf area index, among others, are often included. The degree of complexity involved in process models varies substantially, and is greater the more they deviate from the classical empirical approach of growth models. Hybrid models are placed between empirical and process models, as they attempt to

ecológicamente fundamentada en la simulación (Erviti, 1991), por lo que suelen incluir factores como la luz, ciclo de nutrientes, balance de carbono, índice de área foliar, etc. El grado de complejidad de los modelos de proceso varía enormemente, y es mayor cuanto más se alejan del enfoque empírico clásico de los modelos de crecimiento. Los modelos híbridos se sitúan entre los empíricos y los de proceso, con lo que se intenta aunar las ventajas de ambos, evitando sus inconvenientes mediante la incorporación de variables edáficas y climáticas a los modelos empíricos.

Los objetivos de la administración forestal y los recursos disponibles determinan en gran medida el tipo de modelo de crecimiento a desarrollar, la metodología más adecuada para su elaboración y, consecuentemente, los datos necesarios y la resolución para las estimaciones (Vanclay, 1994). Según García (1988), los modelos de rodal son los más adecuados para la planificación de la administración de bosques, ya que representan un buen compromiso entre generalidad (entendida como su posible aplicación a un rango amplio de situaciones) y precisión de las estimaciones. Sin embargo, la toma de decisiones en la administración forestal puede requerir información más detallada. En tal situación, se pueden desarrollar modelos más complejos o se puede realizar una desagregación de los modelos de rodal y estimar variables de árbol individual. En este estudio se describe el desarrollo de modelos con las siguientes características: de rodal, dinámicos, determinísticos y empíricos. También se describe el desarrollo de un sistema de desagregación y de funciones de salida con el objetivo de estimar el volumen comercial y la biomasa según el tamaño del árbol y componente.

MATERIALES Y MÉTODOS

Datos

Para describir el proceso se tomaron como ejemplo los modelos dinámicos de crecimiento para rodales regulares de abedul (*Betula pubescens* Ehrh.) y roble (*Quercus robur* L.) en Galicia (noroeste de España). Las ecuaciones que componen estos modelos fueron desarrolladas por Gómez-García (2011), excepto la función de transición de altura dominante para abedul (Diéguez-Aranda, Grandas-Arias, Álvarez-González, & Gadow, 2006) y la función de perfil para roble (Barrio, Diéguez-Aranda, Castedo-Dorado, Álvarez, & Gadow, 2007). En los Cuadros 1 y 2 se muestran los estadísticos descriptivos del conjunto de datos empleados para desarrollar los modelos. Los datos procedieron de inventarios de parcelas de investigación y del muestreo destructivo de árboles tipo. Una red de 148 y 172 parcelas de investigación se instaló en rodales regulares de abedul y roble, respectivamente. No todas las parcelas pudieron medirse nuevamente debido a los incendios forestales o por el aprovechamiento total o parcial. En los rodales de abedul se remidieron 50 parcelas de las inicialmente instaladas y en los rodales de roble se hizo un segundo inventario en 72 parcelas y un tercer inventario en 40 parcelas.

combine the advantages of both while avoiding their drawbacks by incorporating soil and/or climatic variables into empirical models.

Forest management objectives and available resources largely determine the type of growth model to develop, the most appropriate methodology to use, and, consequently, the data and resolution needed for estimates (Vanclay, 1994). According to García (1988), stand models are the most suitable for forest management planning, since they represent a good compromise between generality (understood as its possible application to a wide range of situations) and estimate precision. However, decision-making in forest management may require more detailed information. In such a situation, more complex models can be developed or stand models can be disaggregated to estimate individual tree variables. This study describes the development of models with the following features: stand, dynamic, deterministic and empirical. The development of a disaggregation system and output functions in order to estimate merchantable volume and biomass by tree size and component is also described.

MATERIALS AND METHODS

Data

To describe the process, dynamic growth models for even-aged birch (*Betula pubescens* Ehrh.) and oak (*Quercus robur* L.) stands in Galicia (northwestern Spain) were taken as examples. The equations that make up these models were developed by Gómez-García (2011), except the dominant height transition function for birch (Diéguez-Aranda, Grandas-Arias, Álvarez-González, & Gadow, 2006) and the taper equation for oak (Barrio, Diéguez-Aranda, Castedo-Dorado, Álvarez, & Gadow, 2007). Tables 1 and 2 show the descriptive statistics of the dataset used to develop the models. The data came from research plot inventories and destructive tree sampling. A network of 148 and 172 research plots was installed in even-aged birch and oak stands, respectively. Not all plots could be measured again due to forest fires or total or partial harvesting. A subset of 50 of the initially established plots was remeasured in the birch stands, and in the oak stands a second inventory was made in 72 plots and a third inventory in 40 plots.

In the destructive tree samplings, 214 and 133 dominant birch and oak trees, respectively, were felled without apparent damage. The trees were cut into logs and the number of growth rings was counted at each cross sectioned point; two cross diameters, with and without bark, were also measured. Additionally, 90 and 61 non-dominant birch and oak trees were felled to obtain a representative sample by diameter and height classes, and thus develop taper equations in both species. In developing biomass equations, the data obtained through destructive sampling of 50 birch and 50 oaks were used. The trees were destructively sampled in the proximities of several research plots, within the same stands.

En los muestreos destructivos de árboles tipo se derribaron 214 abedules y 133 robles dominantes sin daños aparentes. Los árboles fueron troceados y se efectuó, en cada una de las secciones de corte, un conteo de los anillos de crecimiento y la medición de dos diámetros en cruz con y sin corteza. Adicionalmente, se derribaron 90 abedules y 61 robles no dominantes para obtener una muestra representativa por clases de diámetro y altura, y así desarrollar funciones de perfil en ambas especies. En el desarrollo de las ecuaciones de estimación de biomasa se emplearon los datos obtenidos mediante un muestreo destructivo de 50 abedules y 50 robles. Los árboles derribados se encontraban anexos a las parcelas de investigación, pero dentro de los mismos rodales.

Estructura de los modelos desarrollados

La Figura 1 muestra la estructura básica de los modelos de crecimiento elaborados. Las variables de entrada se denotan por el símbolo \square . Los procesos que utilizan funciones matemáticas para transformar variables de entrada en variables intermedias o en variables de salida se indican mediante el símbolo \square . Por último, las variables resultado o de salida se indican mediante el símbolo \square . Estas variables pueden ser a su vez variables de entrada en otras funciones; en tal caso se denotan mediante el símbolo \square .

Structure of the developed models

Figure 1 shows the basic structure of the growth models developed. The symbol \square represents input variables. Processes that use mathematical functions to transform input variables into intermediate variables or into output variables are indicated by the symbol \square . Finally, the symbol \square represents intermediate variables, and the result or output variables are indicated by the symbol \square .

The state-space approach (García, 1988), whose principle is found in mathematical systems theory, has proved suitable for developing dynamic growth models for forest stands. In selecting the state variables the principle of parsimony should be considered: that is, the ideal model is the simplest that is able to describe the biological phenomenon to be represented (Gadow, 1996; García, 1988). This principle implies, in the case of selecting state variables, that no more variables than necessary should be used to determine the system's future behavior in sufficient detail. The state variables usually selected are dominant height, basal area and number of trees per hectare. Transition functions can project the state variables at any future time. In this study, models generated from algebraic difference approach (ADA) (Bailey & Clutter, 1974) were evaluated, since they satisfy the conditions

CUADRO 1. Estadísticos descriptivos de los datos empleados en el desarrollo del modelo dinámico desagregado para rodales regulares de *Betula pubescens*.

TABLE 1. Descriptive statistics of the data used in the development of the disaggregated dynamic model for even-aged *Betula pubescens* stands.

Variable / Variable	Media / Mean	Mín	Máx	DE / SD	Media / Mean	Mín	Máx	DE / SD	
		Inventario 1 (148 parcelas) / 1 st inventory (148 plots)				Inventario 2 (50 parcelas) / 2 nd inventory (50 plots)			
<i>t</i> (años) / (years)	32	12	94	11.9	38	22	56	9.8	
<i>H</i> (m)	15.3	7.2	24.4	3.6	18.1	11.0	24.5	3.1	
<i>N</i> (árb·ha ⁻¹) / (tree·ha ⁻¹)	1,750	390	6,000	1,099	1,430	350	4,480	865	
<i>G</i> (m ² ·ha ⁻¹)	25.1	3.3	66.5	10.5	30.1	9.2	71.8	11.2	
		304 árboles / trees				50 árboles / trees			
<i>d</i> (cm)	20.0	7.3	39.2	5.97	16.0	7.3	34.0	6.7	
<i>h</i> (m)	14.5	6.2	24.4	3.42	14.6	8.7	26.2	3.2	
<i>h_{st}</i> (m)	0.16	0.00	0.50	0.08	0.07	0.00	0.15	0.04	
<i>w_{fb}</i> (kg)	–	–	–	–	99	6.3	426	109	
<i>w_{b27}</i> (kg)	–	–	–	–	20.1	0.5	71.9	17.7	
<i>w_{b02}</i> (kg)	–	–	–	–	13.2	2.0	57.3	11.8	
<i>w_l</i> (kg)	–	–	–	–	3.1	0.1	14.8	3.0	

Mín = Valor mínimo, Máx = Valor máximo, DE = Desviación estándar, *t* = Edad del rodal, *H* = Altura dominante (definida como la altura media de los 100 árboles más gruesos por hectárea), *N* = Número de árboles por hectárea, *G* = Área basal, *d* = Diámetro normal (a 1.3 m sobre el nivel del suelo), *h* = Altura total, *h_{st}* = Altura del tocón, *w_{fb}* = Biomasa > 7 cm (incluye fuste y ramas mayores de 7 cm), *w_{b27}* = Biomasa de ramas entre 2 a 7 cm, *w_{b02}* = Biomasa de ramas < 2 cm, *w_l* = Biomasa de hojas.

Min = Minimum value, Max = Maximum value, SD = Standard deviation, *t* = Stand age, *H* = Dominant height (defined as the average height of the 100 thickest trees per hectare), *N* = Number of trees per hectare, *G* = Basal area, *d* = Diameter at breast height (1.3 m above ground level), *h* = Total height, *h_{st}* = Stump height, *w_{fb}* = Biomass > 7 cm (includes stem and branches larger than 7 cm), *w_{b27}* = Biomass of branches between 2-7 cm, *w_{b02}* = Biomass of branches < 2 cm, *w_l* = Leaf biomass.

CUADRO 2. Estadísticos descriptivos de los datos empleados en el desarrollo del modelo dinámico desagregado para rodales regulares de *Quercus robur*.

TABLE 2. Descriptive statistics of the data used in the development of the disaggregated dynamic model for even-aged *Quercus robur* stands.

Variable / Variable	Media / Mean	Mín	Máx	DE / SD	Media / Mean	Mín	Máx	DE / SD	Media / Mean	Mín	Máx	DE / SD
	Inventario 1 (172 parcelas) / 1st inventory (172 plots)				Inventario 2 (72 parcelas) / 2nd inventory (72 plots)				Inventario 3 (40 parcelas) / 3rd inventory (40 plots)			
<i>t</i> (años) / (years)	69	34	155	26	79	43	161	27.1	79	46	164	26.8
<i>H</i> (m)	17.2	7.3	25.8	3.2	18.6	10.5	24.1	3.0	19.6	13.5	24.6	2.8
<i>N</i> (arb·ha ⁻¹) / (tree·ha ⁻¹)	871	302	3,028	481	764	158	2,578	384	718	340	1,644	338
<i>G</i> (m ² ·ha ⁻¹)	28.2	2.6	65.2	9.1	32.3	13.4	67.2	9.7	33.7	18.5	68.0	9.3
	194 árboles / trees				50 árboles / trees							
<i>d</i> (cm)	28.9	8.4	67.5	9.3	27.8	5.9	67.5	15.4				
<i>h</i> (m)	16.5	8.2	27.5	3.6	16.9	5.3	27.6	4.7				
<i>h_{st}</i> (m)	0.19	0.04	0.30	0.07	0.10	0.02	0.15	0.03				
<i>w_{fb}</i> (kg)	–	–	–	–	572	1.4	3162	795				
<i>w_{b27}</i> (kg)	–	–	–	–	72.6	4.9	331	88.5				
<i>w_{b02}</i> (kg)	–	–	–	–	22.9	1.2	85.1	22.1				
<i>w_l</i> (kg)	–	–	–	–	4.3	0.4	20.0	5.4				

Mín = Valor mínimo, Máx = Valor máximo, DE = Desviación estándar, *t* = Edad del rodal, *H* = Altura dominante (definida como la altura media de los 100 árboles más gruesos por hectárea), *N* = Número de árboles por hectárea, *G* = Área basal, *d* = Diámetro normal (a 1.3 m sobre el nivel del suelo), *h* = Altura total, *h_{st}* = Altura del tocón, *w_{fb}* = Biomasa > 7 cm (incluye fuste y ramas mayores de 7 cm), *w_{b27}* = Biomasa de ramas entre 2 a 7 cm, *w_{b02}* = Biomasa de ramas < 2 cm, *w_l* = Biomasa de hojas.

Min = Minimum value, Max = Maximum value, SD = Standard deviation, *t* = Stand age, *H* = Dominant height (defined as the average height of the 100 thickest trees per hectare), *N* = Number of trees per hectare, *G* = Basal area, *d* = Diameter at breast height (1.3 m above ground level), *h* = Total height, *h_{st}* = Stump height, *w_{fb}* = Biomass > 7 cm (includes stem and branches larger than 7 cm), *w_{b27}* = Biomass of branches between 2-7 cm, *w_{b02}* = Biomass of branches < 2 cm, *w_l* = Leaf biomass.

La teoría del espacio de estados (García, 1988), cuyo principio debe buscarse en la teoría matemática de sistemas, ha resultado adecuada para el desarrollo de los modelos dinámicos de crecimiento de rodales forestales. En la selección de las variables de estado debe tenerse en cuenta el principio de parsimonia: el modelo ideal es el más sencillo que sea capaz de describir el fenómeno biológico que se pretende representar (Gadow, 1996; García, 1988). Este principio implica, en el caso de la selección de variables de estado, que no se deben usar más variables que las necesarias para determinar el comportamiento futuro del sistema con suficiente detalle. Normalmente como variables de estado suelen seleccionarse la altura dominante, el área basal y el número de árboles por hectárea. Las funciones de transición permiten proyectar las variables de estado a cualquier instante futuro. En el desarrollo se evaluaron modelos generados a partir de ecuaciones en diferencias algebraicas (Bailey & Clutter, 1974), ya que cumplen las condiciones citadas por García (1994) para dichas funciones: consistencia, ser invariantes con respecto al intervalo de proyección y causalidad. Adicionalmente, los modelos incorporan una función que proporciona el área basal inicial y que sólo debería emplearse cuando el rodal aún no esté establecido o cuando no se disponga de un inventario previo del mismo.

cited by García (1994) for transition functions: consistency, be invariant with respect to the projection interval and causality. Additionally, the models incorporate a function that provides initial basal area and which should only be used when the stand is still not established or when a previous inventory of the stand is not available.

The disaggregation system consists of a diameter distribution function (Bailey & Dell, 1973) and a generalized height-diameter relationship (Krumland & Wensel, 1988). In our case, the two-parameter Weibull function was used to model the diameter distributions of both species. Although there are several methods for parameter estimation in Weibull function (Cao, 2004), in this work we selected a parameter recovery method through moments, using the equations proposed by Cao, Burkhart, and Lemin (1982). Therefore, it was necessary to develop an equation that estimates mean diameter from the state variables. Several models from previous studies (Castedo, Diéguez-Aranda, Barrio, Sánchez, & Gadow, 2006; Crecente-Campo, Tomé, Soares, & Diéguez-Aranda, 2010; Krumland & Wensel, 1988; López et al., 2003; Sharma & Parton, 2007; Sharma & Zhang, 2004; Tomé, 1988) were tested to develop generalized height-diameter relationships. Some modifications of

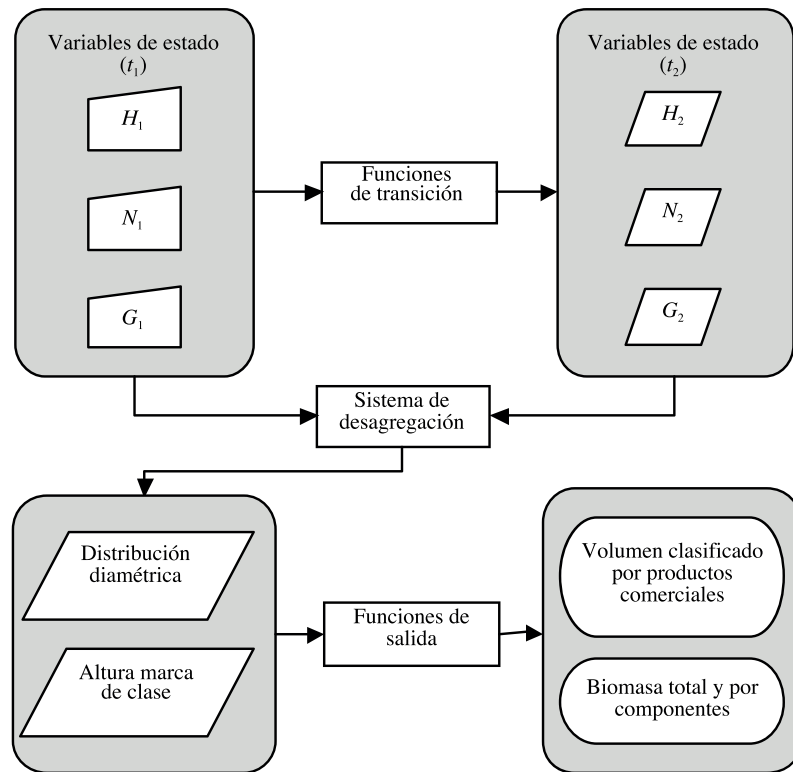


FIGURA 1. Estructura de los modelos dinámicos desarrollados. t_1, t_2 = Edad del rodal al inicio y al final de la proyección (años), respectivamente; H_1, H_2 = Altura dominante (m) a las edades t_1 y t_2 , respectivamente; N_1, N_2 = Número de árboles por hectárea a las edades t_1 y t_2 , respectivamente; G_1, G_2 = Área basal ($\text{m}^2 \cdot \text{ha}^{-1}$) a las edades t_1 y t_2 , respectivamente.

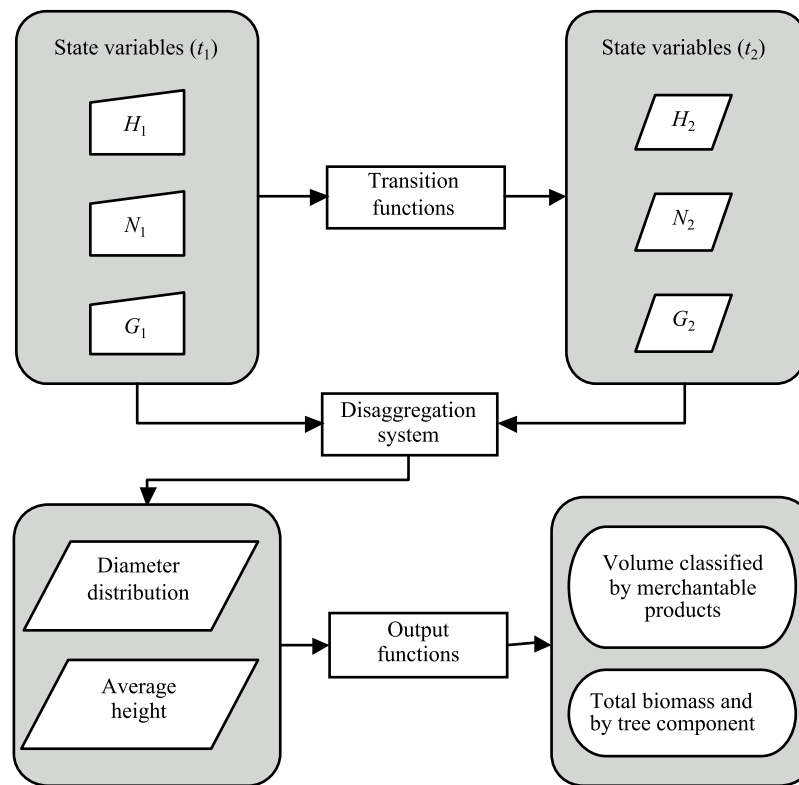


FIGURE 1. Structure of the disaggregated dynamic growth models developed. t_1, t_2 = Stand age at the beginning and end of the projection (years), respectively; H_1, H_2 = Dominant height (m) at ages t_1 and t_2 , respectively; N_1, N_2 = Number of trees per hectare at ages t_1 and t_2 , respectively; G_1, G_2 = Basal area ($\text{m}^2 \cdot \text{ha}^{-1}$) at ages t_1 and t_2 , respectively.

El sistema de desagregación se compone de una función de distribución diamétrica (Bailey & Dell, 1973) y de una relación altura-diámetro generalizada (Krumland & Wensel, 1988). En nuestro caso, la función Weibull biparamétrica se utilizó para modelar las distribuciones diamétricas de ambas especies. Aunque existen varios métodos para la estimación de parámetros de la distribución Weibull (Cao, 2004), en este trabajo se optó por el método de los momentos, empleando las funciones expuestas por Cao, Burkhart, y Lemin (1982). Para ello, fue necesario el desarrollo de una ecuación que estimara el diámetro medio a partir de las variables de estado. Se probaron varios modelos extraídos de estudios previos (Castedo, Diéguez-Aranda, Barrio, Sánchez, & Gadow, 2006; Crecente-Campo, Tomé, Soares, & Diéguez-Aranda, 2010; Krumland & Wensel, 1988; López Sánchez et al., 2003; Sharma & Parton, 2007; Sharma & Zhang, 2004; Tomé, 1988) para desarrollar relaciones altura-diámetro generalizadas. También se evaluaron algunas modificaciones de los modelos originales o la generalización de modelos locales.

Las funciones de salida emplean las estimaciones de diámetro y altura del sistema de desagregación. La alternativa más habitual para estimar volúmenes comerciales es el desarrollo de funciones de perfil, las cuales se basan en el ajuste de una ecuación que defina la variación del diámetro a lo largo del tronco del árbol y, por tanto, caracterice su forma (Avery & Burkhart, 2002; Clutter, 1980; Kozak, 2004). Como funciones de perfil se pueden emplear modelos simples, segmentados (Fang, Borders, & Bailey, 2000; Max & Burkhart, 1976) y de exponente variable (Kozak, 1988, 2004). La biomasa según el tamaño del árbol y el componente se estimaron mediante el desarrollo de tarifas de estimación de biomasa de árbol individual (Satoo & Madgwick, 1982).

Ajuste de los modelos y criterios de selección

Los modelos se ajustaron con los paquetes estadísticos SAS/ETS® (Statistical Analysis System [SAS], 2008) y SAS/STAT® (SAS, 2009). El análisis de la capacidad de ajuste de los modelos evaluados se basó en comparaciones numéricas y gráficas de los residuos. El análisis de los gráficos de valores reales frente a valores estimados, y de residuos frente a valores estimados, tiene la finalidad de detectar valores atípicos, tendencias extrañas o la existencia de problemas de heterocedasticidad. Se calcularon los siguientes estadísticos de ajuste: la eficiencia del modelo (similar al coeficiente de determinación en regresión lineal) que indica la proporción de variabilidad observada explicada por el modelo, y la raíz del error medio cuadrático. Además, las estimaciones de las funciones de transición fueron evaluadas en términos de error crítico (Huang, Yang, & Wang, 2003) expresado como un porcentaje de la media observada. Las ecuaciones de los estadísticos ya mencionados son las siguientes:

$$EF = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{i=n} (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^{i=n} (Y_i - \bar{Y}_i)^2}$$

the original models or generalization of local models were also evaluated.

Output functions use the disaggregation system's diameter and height estimates. The most common alternative to estimate merchantable volumes is the development of taper equations, which are based on fitting an equation that defines the diameter variation along the stem, and, therefore, characterizes its form (Avery & Burkhart, 2002; Clutter, 1980; Kozak, 2004). As taper equations, simple, segmented models (Fang, Borders, & Bailey, 2000; Max & Burkhart, 1976) and variable exponent ones (Kozak, 1988, 2004) can be used. Finally, biomass by tree size and component was estimated using individual-tree biomass equations (Satoo & Madgwick, 1982).

Model fitting and selection criteria

Models were fitted with the SAS/ETS® (Statistical Analysis System [SAS], 2008) and SAS/STAT® (SAS, 2009) statistical software packages. The goodness of fit of the evaluated models was based on numerical and graphical analyses. The graphical analyses of residuals against the estimated values, and actual against estimated values, are performed to detect outliers, strange trends or the existence of heteroscedasticity problems. The numerical analysis consisted of comparing two statistical criteria obtained from the residuals: the efficiency of the model (similar to the coefficient of determination in linear regression) that indicates the proportion of observed variability explained by the model, and the root-mean-square error. In addition, transition function estimates were evaluated in terms of critical error (Huang, Yang, & Wang, 2003) expressed as a percentage of the observed mean. The expressions of these statistics are summarized as follows:

$$EF = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{i=n} (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^{i=n} (Y_i - \bar{Y}_i)^2}$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=n} (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n - p}}$$

$$E_{crit.} = \frac{\sqrt{\tau^2 \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 / \chi_{crit.}^2}}{\bar{Y}}$$

Where:

- EF = Efficiency of the model
- Y_i = Observed value of the dependent variable
- Ŷ_i = Estimated value of the dependent variable
- Ȳ = Average value of the dependent variable
- RMSE = Root-mean-square error
- n = Total number of observations
- p = Number of model parameters

$$\text{REMC} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=n} (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n - p}}$$

$$E_{\text{crit.}} = \frac{\sqrt{\tau^2 \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 / \chi_{\text{crit.}}^2}}{\bar{Y}}$$

Donde:

EF = Eficiencia del modelo

Y_i = Valor observado de la variable dependiente

\hat{Y}_i = Valor estimado de la variable dependiente

\bar{Y} = Valor promedio de la variable dependiente

REMC = Raíz del error medio cuadrático

n = Número total de observaciones

p = Número de parámetros del modelo

$E_{\text{crit.}}$ = Error crítico (%)

τ = Valor de la distribución normal estándar para un nivel de probabilidad determinado ($\tau = 1.96$ cuando $\alpha = 0.05$)

$\chi_{\text{crit.}}^2$ = Valor de la distribución Chi cuadrado para un determinado nivel de significancia α y n grados de libertad

La prueba de Kolmogorov-Smirnov se utilizó para evaluar si la función Weibull estimaba adecuadamente las distribuciones diamétricas (Cao, 2004). Finalmente, el contraste de White (1980) y el número de condición (Belsley, 1991) se utilizaron para evaluar la existencia de heterocedasticidad y multicolinealidad, respectivamente.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En los Cuadros 3 y 4 se resumen las ecuaciones de los modelos dinámicos desagregados para rodales regulares de abedul y roble, respectivamente. Las estimaciones de las funciones de transición produjeron errores críticos en un rango de 16 a 19 % en el caso del abedul y de 11 a 16 % en el caso del roble. La mayoría de las distribuciones diamétricas se estimaron adecuadamente mediante la función Weibull. El porcentaje de distribuciones diamétricas que no pasaron la prueba de Kolmogorov-Smirnov ($P = 0.05$) fue de 2.0 % en abedul y 3.6 % en roble. Las ecuaciones de estimación de biomasa explicaron como mínimo 77.8 % de la variabilidad observada y los mejores ajustes se obtuvieron en las ecuaciones de biomasa > 7 cm y de biomasa total, con valores de EF en el intervalo de 96 a 98.5 % para ambas especies.

Las funciones de transición del área basal no incluyen ningún término específico que tenga en cuenta el efecto de los aclareos (es decir, cortas intermedias previas a la corta final) en el crecimiento posterior de dicha variable. Según se ha comprobado en otros estudios (Barrio et al., 2006; Castedo-Dorado, Diéguez-Aranda, Barrio-Anta, & Álvarez-González, 2007), el patrón de crecimiento del área basal de un rodal después de un aclareo es muy similar al de otro que no haya sido clareado, por lo que no es necesario

$E_{\text{crit.}}$ = Critical error (%)

τ = Value of the standard normal distribution for a given level of probability ($\tau = 1.96$ when $\alpha = 0.05$)

$\chi_{\text{crit.}}^2$ = Value of the chi-square distribution for a given level of significance α and n degrees of freedom

The Kolmogorov-Smirnov test was used to evaluate whether the Weibull function adequately estimated the diameter distributions (Cao, 2004). Finally, the contrast of White (1980) and the condition number (Belsley, 1991) were used to evaluate the existence of heteroscedasticity and multicollinearity, respectively.

RESULTS AND DISCUSSION

Tables 3 and 4 summarize the disaggregated dynamic models for even-aged birch and oak stands, respectively. Transition function estimates produced critical errors in the range of 16-19 % for birch and 11-16 % for oak. Most of the diameter distributions were adequately estimated by the Weibull function. The percentage of diameter distributions that failed the Kolmogorov-Smirnov test ($P = 0.05$) was 2.0 % in birch and 3.6 % in oak. Biomass equations explained at least 77.8 % of the observed variability and the best fits were obtained in the biomass > 7 cm and total biomass equations, with EF values in the range of 96 to 98.5 % for both species.

Basal area transition functions do not include any specific term that takes into account the effect of thinning (i.e., intermediate cuts prior to the final cut) in the subsequent growth of this variable. As has been confirmed in other studies (Barrio et al., 2006; Castedo-Dorado, Diéguez-Aranda, Barrio-Anta, & Álvarez-González, 2007), the growth pattern of a stand's basal area after thinning is very similar to one that has not been thinned, so it is not necessary to explicitly include a thinning term in the basal area transition function. In this sense, it should be taken into account that the models presented here have been developed from data drawn from plots either lightly or moderately thinned, so it is possible that the basal area growth pattern is different for heavy thinning.

The relatively simple structure of the developed models makes them suitable for use in decision-making support systems, enabling forest managers to generate optimal management strategies and reasonable ordering of forest systems in space and time (Gadow & Pukkala, 2008). However, the models were implemented in the software GesMO® 2.1 (González et al., 2012) due to the large number of computations required in their use (especially those related to the disaggregation system), in order to facilitate their use by forest managers.

CONCLUSIONS

The disaggregated dynamic models presented in this study are considered to be, up until now, the most appropriate

CUADRO 3. Resumen de las funciones que constituyen el modelo dinámico desagregado para rodales regulares de *Betula pubescens*, en Galicia, España.

		Funciones	EF	REMC
Funciones de transición	Altura dominante	$H_2 = \frac{19.80 + X}{1 + 758.0/X t_2^{-1.398}}$ donde $X = \frac{H_1 - 19.80 + \sqrt{(19.809 - H_1)^2 + 3032H_1 t_1^{-1.398}}}{2}$	0.989	0.51 m
	Número de árboles por hectárea	$N_2 = \left[N_1^{-1/1.581} + 0.004637 \ln(S) \left(\left(\frac{t_2}{100} \right)^{1.581} - \left(\frac{t_1}{100} \right)^{1.581} \right) \right]^{-1.581}$	0.981	139 árb·ha ⁻¹
	Área basal	$G_2 = \exp(X) \exp[(136.4 - 642.8/X) t_2^{-0.9385}]$ donde $X = 0.5 t_1^{-0.9385} \left[-136.4 + t_1^{0.9385} \ln(G_1) + \sqrt{4 \times 642.8 t_1^{0.9385} + (136.4 - t_1^{0.9385} \ln(G_1))^2} \right]$	0.973	1.96 m ² ·ha ⁻¹
Función de inicialización del área basal (función auxiliar)		$G = 1.512 N^{0.3799} \exp(-27.01/t + 0.07972S)$	0.774	5.21 m ² ·ha ⁻¹
Desagregación	Desagregación (diámetro medio aritmético)	$\bar{d} = d_g - \exp(-1.31 + 0.08459H - 0.04192S)$	0.993	0.31 cm
	Función altura-diámetro generalizada	$h = 1.3 + (H - 1.3) \exp \left[(2.461 - 0.2336H - 0.2737d_g) \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d_0} \right) \right]$	0.776	1.76 m
Funciones de salida	Función de perfil del tronco	$d_i = 0.9652 d^{0.9421} h^{0.08482} x^c$, donde $c = 4.094 - 0.3939q^4 - 0.4112(1/\exp(d/h)) - 4.153x^{0.1} + 2.813(1/d) + 0.05345h^w + 0.3332x$ $x = w/[1 - (1.3/h)^{1/3}]$ $w = 1 - q^{1/3}$ $q = h_i/h$	0.950	1.56 cm
	Tarifas de biomasa aérea	$w_{fb} = 0.01792 d^{2.396} h^{0.6126}$	0.964	21.0 kg·arb ⁻¹
		$w_{b27} = 0.06712 d^{1.993}$	0.851	6.9 kg·arb ⁻¹
		$w_{b02} = 0.02472 d^{2.346}$	0.906	3.7 kg·arb ⁻¹
		$w_1 = 0.001042 d^{2h}$	0.903	0.9 kg·arb ⁻¹
		$w_{total} = 0.01792 d^{2.396} h^{0.6126} + 0.06712 d^{1.993} + 0.02472 d^{2.346} + 0.001042 d^{2h}$	0.985	22.9 kg·arb ⁻¹

EF = Eficiencia del modelo; REMC = Raíz del error medio cuadrático; t_1, t_2 = Edad del rodal al inicio y al final de la proyección (años), respectivamente; H_1, H_2 = Altura dominante (m) a las edades t_1 y t_2 , respectivamente; N_1, N_2 = Número de árboles por hectárea a las edades t_1 y t_2 , respectivamente; G_1, G_2 = Área basal (m²·ha⁻¹) a las edades t_1 y t_2 , respectivamente; S = Índice de sitio (m, altura dominante a la edad de referencia de 20 años); \bar{d} = Diámetro medio aritmético (cm); d_g = Diámetro medio cuadrático (cm); h = Altura total del árbol (m); d = Diámetro normal del árbol; d_0 = Diámetro dominante (cm, diámetro medio aritmético de los 100 árboles más gruesos por hectárea); d_i = Diámetro límite en punta delgada (cm); h_i = Altura sobre el suelo a la que se alcanza el diámetro límite d_i (m); w_{fb} = Biomasa > 7 cm (kg·árbol⁻¹); w_{b27} = Biomasa de ramas entre 2 a 7 cm (kg·árbol⁻¹); w_{b02} = Biomasa de ramas < 2 cm (kg·árbol⁻¹); w_1 = Biomasa de hojas (kg·árbol⁻¹); w_{total} = Biomasa total aérea (kg·árbol⁻¹).

TABLE 3. Disaggregated dynamic growth model for even-aged *Betula pubescens* stands in Galicia, España.

	Functions	EF	RMSE
Dominant height	$H_2 = \frac{19.80 + X}{1 + 758.0/X t_2^{-1.398}}$ where $X = \frac{H_1 - 19.80 + \sqrt{(19.809 - H_1)^2 + 3032H_1 t_1^{-1.398}}}{2}$	0.989	0.51 m
Transition functions	Number of trees per hectare $N_2 = \left[N_1^{-1/1.581} + 0.004637 \ln(S) \left(\left(\frac{t_2}{100} \right)^{1.581} - \left(\frac{t_1}{100} \right)^{1.581} \right) \right]^{-1.581}$	0.981	139 trees·ha ⁻¹
	Basal area $G_2 = \exp(X) \exp[(136.4 - 642.8/X) t_2^{-0.9385}]$ where $X = 0.5 t_1^{-0.9385} \left[-136.4 + t_1^{0.9385} \ln(G_1) + \sqrt{4 \times 642.8 t_1^{0.9385} + (136.4 - t_1^{0.9385} \ln(G_1))^2} \right]$	0.973	1.96 m ² ·ha ⁻¹
Basal area initialization function (auxiliary function)	$G = 1.512 N^{0.3799} \exp(-27.01/t + 0.07972S)$	0.774	5.21 m ² ·ha ⁻¹
Disaggregation	Disaggregation (Arithmetic mean diameter) $\bar{d} = d_g - \exp(-1.31 + 0.08459H - 0.04192S)$	0.993	0.31 cm
	Generalized height-diameter relationship $h = 1.3 + (H - 1.3) \exp \left[(2.461 - 0.2336H - 0.2737d_g) \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d_0} \right) \right]$	0.776	1.76 m
Taper equation	$d_i = 0.9652 d^{0.9421} h^{0.08482} x^c$, where $c = 4.094 - 0.3939q^4 - 0.4112(1/\exp(d/h)) - 4.153x^{0.1} + 2.813(1/d) + 0.05345h^w + 0.3332x$ $x = w/[1 - (1.3/h)^{1/3}]$ $w = 1 - q^{1/3}$ $q = h_i/h$	0.950	1.56 cm
Output functions	$w_{fb} = 0.01792 d^{2.396} h^{0.6126}$	0.964	21.0 kg·trees ⁻¹
	$w_{b27} = 0.06712 d^{1.993}$	0.851	6.9 kg·trees ⁻¹
	Aboveground biomass equations $w_{b02} = 0.02472 d^{2.346}$	0.906	3.7 kg·trees ⁻¹
	$w_l = 0.001042 d^{2h}$	0.903	0.9 kg·trees ⁻¹
	$w_{total} = 0.01792 d^{2.396} h^{0.6126} + 0.06712 d^{1.993} + 0.02472 d^{2.346} + 0.001042 d^{2h}$	0.985	22.9 kg·trees ⁻¹

EF = Efficiency of the model; RMSE = Root-mean-square error; t_1, t_2 = Stand age at the beginning and end of the projection (years), respectively; H_1, H_2 = Dominant height (m) at ages t_1 and t_2 , respectively; N_1, N_2 = Number of trees per hectare at ages t_1 and t_2 , respectively; G_1, G_2 = Basal area (m²·ha⁻¹) at ages t_1 and t_2 , respectively; S = Site index (m, dominant height at reference age of 20 years); \bar{d} = Arithmetic mean diameter (cm); d_g = Quadratic mean diameter (cm); h = Total tree height (m); d = Tree diameter at breast height (cm); d_0 = Dominant diameter (cm, the mean diameter of the 100 thickest trees per hectare); d_i = Tree diameter (cm) at height above ground level h_i (m); w_{fb} = Biomass > 7 cm (kg·tree⁻¹); w_{b27} = Biomass of branches between 2-7 cm (kg·trees⁻¹); w_{b02} = Biomass of branches < 2 cm (kg·trees⁻¹); w_l = Leaf biomass (kg·trees⁻¹); w_{total} = Total aboveground biomass (kg·trees⁻¹).

CUADRO 4. Resumen de las funciones que constituyen el modelo dinámico desagregado para rodales regulares de *Quercus robur*, en Galicia, España.

	Funciones	EF	REMC
Funciones de transición	Altura dominante $H_2 = H_1 \left[\frac{1 - \exp(-0.01440 t_2)}{1 - \exp(-0.01440 t_1)} \right]^{-1.049+7.479 X}$ donde $X = 0.5 \ln(H_1) + 1.049L + \sqrt{(\ln(H_1) + 1.049L)^2 + 4 \times 7.479L}$ $L = \ln[1 - \exp(-0.01440 t_1)]$	0.889	1.81 m
	Número de árboles por hectárea $N_2 = N_1 \exp[-0.01533(t_2 - t_1)]$	0.977	61 arb·ha ⁻¹
	Área basal $G_2 = G_1^{h/t_2} \exp \left[0.8579 \ln(H_1) \left(1 - \frac{t_1}{t_2} \right) + 0.3060 \ln(N_1) \left(1 - \frac{t_1}{t_2} \right) \right]$	0.963	1.78 m ² ·ha ⁻¹
Función de inicialización del área basal (función auxiliar)	$G = 104.8 [1 - \exp(-0.006031t)]^{14.62/S+167.1/N}$	0.479	6.78 m ² ·ha ⁻¹
Desagregación	Desagregación (diámetro medio aritmético) $\bar{d} = d_g - \exp(-0.0001691N + 0.01334G)$	0.987	0.68 cm
	Función altura-diámetro generalizada $h = 1.3 + (H - 1.3) \exp \left[(0.6040H + 0.001119N) \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d_0} \right) \right]$	0.732	2.24 m
Funciones de salida	Función de perfil del tronco $d_i = c_1 \sqrt{h^{(k-b_1)/b_1} (1-q_i)^{(k-\beta)/\beta} \alpha_1^{I_1+I_2} \alpha_2^{I_2}}; k = \pi/40000; q_i = h_i/h$		
	$I_1 = 1 \text{ si } p_1 \leq q_1 \leq p_2 \text{ y } 0 \text{ en caso contrario}$ $I_2 = 1 \text{ si } p_2 < q_1 \leq 1 \text{ y } 0 \text{ en caso contrario}$ $c_1 = \sqrt{\frac{a_0 d^{a_1} h^{a_2-k/b_1}}{b_1(r_0 - r_1) + b_2(r_1 - \alpha_1 r_2) + b_3 \alpha_1 r_2}}$	0.975	1.83 cm
	$\beta = b_1^{1-(I_1+I_2)} b_2^{I_1} b_3^{I_2}; \alpha_1 = (1 - p_1)^{\frac{(b_2 - b_1)k}{b_1 b_2}}; \alpha_2 = (1 - p_2)^{\frac{(b_3 - b_1)k}{b_1 b_3}}$		
	$r_0 = (1 - h_s/h)^{k/b_1}; r_1 = (1 - p_1)^{k/b_1}; r_2 = (1 - p_2)^{k/b_2}$		
	$v_i = c_1^2 h^{k/b_1} [b_1 r_0 + (I_1 + I_2)(b_2 - b_1) r_1 + I_2(b_3 - b_2) \alpha_1 r_2 - \beta(1 - q_i)^{k/\beta} \alpha_1^{I_1+I_2} \alpha_2^{I_2}]$ $v = a_0 d^{a_1} h^{a_2}$		
	$a_0 = 4.618 \times 10^{-5}; a_1 = 1.771; a_2 = 1.165; b_1 = 5.159 \times 10^{-6}; b_2 = 3.157 \times 10^{-5};$ $b_3 = 2.553 \times 10^{-5}; p_1 = 0.04025; p_2 = 0.5184$		
	Tarifas de biomasa aérea $w_{fb} = 0.008004 d^{2.313} h^{1.015}$	0.977	121 kg·arb ⁻¹
	$w_{b27} = 0.003261 d^2 h$	0.885	29.9 kg·arb ⁻¹
	$w_{b02} = 0.07345 d^{1.668}$	0.838	8.9 kg·arb ⁻¹
	$w_i = 0.01369 d^2$	0.778	2.5 kg·arb ⁻¹
$w_{total} = 0.008004 d^{2.313} h^{1.015} + 0.003261 d^2 h + 0.07345 d^{1.668} + 0.01369 d^2$	0.978	140 kg·arb ⁻¹	

EF = Eficiencia del modelo; REMC = Raíz del error medio cuadrático; t_1, t_2 = Edad del rodal al inicio y al final de la proyección (años), respectivamente; H_1, H_2 = Altura dominante (m) a las edades t_1 y t_2 , respectivamente; N_1, N_2 = Número de árboles por hectárea a las edades t_1 y t_2 , respectivamente; G_1, G_2 = Área basal (m²·ha⁻¹) a las edades t_1 y t_2 , respectivamente; S = Índice de sitio (m, altura dominante a la edad de referencia de 60 años); \bar{d} = Diámetro medio aritmético (cm); d_g = Diámetro medio cuadrático (cm); h = Altura total del árbol (m); d = Diámetro normal del árbol (cm); d_0 = Diámetro dominante (cm, diámetro medio aritmético de los 100 árboles más gruesos por hectárea); d_i = Diámetro límite en punta delgada (cm); h_i = Altura sobre el suelo a la que se alcanza el diámetro límite d_i (m); v = Volumen total de un árbol (m³); v_i = Volumen comercial de un árbol (m³) hasta un determinado diámetro límite d_i ; w_{fb} = Biomasa > 7 cm (kg·árbol⁻¹); w_{b27} = Biomasa de ramas entre 2 a 7 cm (kg·árbol⁻¹); w_{b02} = Biomasa de ramas < 2 cm (kg·árbol⁻¹); w_i = Biomasa de hojas (kg·árbol⁻¹); w_{total} = Biomasa total aérea (kg·árbol⁻¹).

TABLE 4. Disaggregated dynamic growth model for even-aged *Quercus robur* stands in Galicia, España.

	Functions	EF	RMSE	
Transition functions	Dominant height $H_2 = H_1 \left[\frac{1 - \exp(-0.01440 t_2)}{1 - \exp(-0.01440 t_1)} \right]^{-1.049+7.479 X}$ $X = 0.5 \ln(H_1) + 1.049L + \sqrt{(\ln(H_1) + 1.049L)^2 + 4 \times 7.479L}$ $L = \ln[1 - \exp(-0.01440 t_1)]$	0.889	1.81 m	
	Number of trees per hectare $N_2 = N_1 \exp[-0.01533(t_2 - t_1)]$	0.977	61 trees·ha ⁻¹	
	Basal area $G_2 = G_1^{t_1/t_2} \exp\left[0.8579 \ln(H_1) \left(1 - \frac{t_1}{t_2}\right) + 0.3060 \ln(N_1) \left(1 - \frac{t_1}{t_2}\right)\right]$	0.963	1.78 m ² ·ha ⁻¹	
Basal area initialization function (auxiliary function)	$G = 104.8 [1 - \exp(-0.006031t)]^{14.62/S+167.1/N}$	0.479	6.78 m ² ·ha ⁻¹	
Disaggregation	(Arithmetic mean diameter) $\bar{d} = d_g - \exp(-0.0001691N + 0.01334G)$	0.987	0.68 cm	
	Generalized height-diameter relationship $h = 1.3 + (H - 1.3) \exp\left[(0.6040H + 0.001119N) \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d_0}\right)\right]$	0.732	2.24 m	
Output functions	Taper equation $d_i = c_1 \sqrt{h^{(k-b_1)/b_1} (1-q_i)^{(k-\beta)/\beta} \alpha_1^{I_1+I_2} \alpha_2^{I_2}}; k = \pi/40000; q_i = h_i/h$ $I_1 = 1 \text{ if } p_1 \leq q_1 \leq p_2 \text{ and } 0 \text{ otherwise}$ $I_2 = 1 \text{ if } p_2 < q_1 \leq 1 \text{ and } 0 \text{ otherwise}$ $c_1 = \sqrt{\frac{a_0 d_0^{a_1} h^{a_2 \cdot k/b_1}}{b_1(r_0 - r_1) + b_2(r_1 - \alpha_1 r_2) + b_3 \alpha_1 r_2}}$ $\beta = b_1^{1-(I_1+I_2)} b_2^{I_1} b_3^{I_2}; \alpha_1 = (1-p_1)^{\frac{(b_2-b_1)k}{b_1 b_2}}; \alpha_2 = (1-p_2)^{\frac{(b_2-b_1)k}{b_1 b_2}}$ $r_0 = (1-h_{st}/h)^{k/b_1}; r_1 = (1-p_1)^{k/b_1}; r_2 = (1-p_2)^{k/b_2}$ $v_i = c_1^2 h^{k/b_1} [b_1 r_0 + (I_1 + I_2)(b_2 - b_1)r_1 + I_2(b_3 - b_2)\alpha_1 r_2 - \beta(1-q_i)^{k/\beta} \alpha_1^{I_1+I_2} \alpha_2^{I_2}]$ $v = a_0 d_0^{a_1} h^{a_2}$ $a_0 = 4.618 \times 10^{-5}; a_1 = 1.771; a_2 = 1.165; b_1 = 5.159 \times 10^{-6}; b_2 = 3.157 \times 10^{-5};$ $b_3 = 2.553 \times 10^{-5}; p_1 = 0.04025; p_2 = 0.5184$ $w_{fb} = 0.008004 d^{2.313} h^{1.015}$	0.975	1.83 cm	
	Aboveground biomass equations	$w_{b27} = 0.003261 d^2 h$	0.885	29.9 kg·trees ⁻¹
		$w_{b02} = 0.07345 d^{1.668}$	0.838	8.9 kg·trees ⁻¹
		$w_l = 0.01369 d^2$	0.778	2.5 kg·trees ⁻¹
		$w_{total} = 0.008004 d^{2.313} h^{1.015} + 0.003261 d^2 h + 0.07345 d^{1.668} + 0.01369 d^2$	0.978	140 kg·trees ⁻¹

EF = Efficiency of the model; RMSE = Root-mean-square error; t_1, t_2 = Stand age at the beginning and end of the projection (years), respectively; H_1, H_2 = Dominant height (m) at ages t_1 and t_2 , respectively; N_1, N_2 = Number of trees per hectare at ages t_1 and t_2 , respectively; G_1, G_2 = Basal area (m²·ha⁻¹) at ages t_1 and t_2 , respectively; S = Site index (m, dominant height at reference age of 60 years); \bar{d} = Arithmetic mean diameter (cm); d_g = Quadratic mean diameter (cm); h = Total tree height (m); d = Tree diameter at breast height; d_0 = Dominant diameter (cm, the mean diameter of the 100 thickest trees per hectare); d_i = Tree diameter (cm) at height above ground level h_i (m); v = Total tree volume (m³); v_i = Tree volume (m³) until a given diameter d_i ; w_{fb} = Biomass > 7 cm (kg·trees⁻¹); w_{b27} = Biomass of branches between 2-7 cm (kg·trees⁻¹); w_{b02} = Biomass of branches < 2 cm (kg·tree⁻¹); w_l = Leaf biomass (kg·tree⁻¹); w_{total} = Total aboveground biomass (kg·trees⁻¹).

incluir explícitamente un término de aclareo en la función de transición del área basal. En este sentido, debe tenerse en cuenta que los modelos aquí expuestos se han desarrollado a partir de datos provenientes de parcelas clareadas de forma débil o moderada, por lo que es posible que el patrón de crecimiento en el área basal sea distinto para elevados pesos de aclareo.

La estructura relativamente simple de los modelos desarrollados los hace adecuados para ser integrados en sistemas de apoyo para la toma de decisiones, que permitan a los administradores forestales generar estrategias óptimas de administración y una ordenación razonable de los sistemas forestales en el espacio y en el tiempo (Gadow & Pukkala, 2008). Sin embargo, los modelos fueron implementados en el simulador de crecimiento y producción de rodales forestales GesMO[®] 2.1 (González et al., 2012) debido al número elevado de cálculos necesarios en la utilización de ellos (sobre todo los relacionados con el sistema de desagregación), con el fin de facilitar su uso por los administradores forestales.

CONCLUSIONES

Los modelos dinámicos desagregados presentados en este estudio se consideran, hasta el momento, los más adecuados para la administración de rodales regulares de *B. pubescens* y *Q. robur* en Galicia. Los modelos se basan en el uso de tres tipos de funciones: funciones de transición (para la proyección en el tiempo de las variables de estado; altura dominante, área basal y número de árboles por hectárea), sistema de desagregación y funciones de salida (para la estimación del volumen total o comercial y de la biomasa según tamaño del árbol y componente considerado). La metodología de desagregación permite modelar fácilmente la influencia de los aclareos en la distribución diamétrica del rodal; es decir, permite predecir, a partir de la distribución diamétrica antes del aclareo y de las variables que definen el tipo de aclareo a realizar, cuál es la distribución diamétrica resultante después del tratamiento y, por diferencia, qué tipos de productos se han extraído.

REFERENCIAS

Avery, T. E., & Burkhart, H. E. (2002). *Forest measurements* (5a ed.). New York, USA: McGraw-Hill.

Bailey, R. L., & Clutter, J. L. (1974). Base-age invariant polymorphic site curves. *Forest Science*, 20, 155–159. Obtenido de <http://www.ingentaconnect.com/content/saf/fs/1974/00000020/00000002/art00013>

Bailey, R. L., & Dell, T. R. (1973). Quantifying diameter distributions with the Weibull function. *Forest Science*, 19, 97–104. Obtenido de <http://www.ingentaconnect.com/content/saf/fs/1973/00000019/00000002/art00004>

Barrio, A. M., Castedo, D. F., Diéguez-Aranda, U., Álvarez, G. J. G., Parresol, B. R., & Rodríguez, R. (2006). Development of a basal area growth system for maritime pine in northwestern Spain using the generalized algebraic difference approach.

for managing even-aged *B. pubescens* and *Q. robur* stands in Galicia. The models are based on the use of three types of functions: transition functions (for projection in time of state variables: dominant height, basal area and number of trees per hectare), disaggregation system and output functions (to estimate total or merchantable volume and biomass by tree size and component considered). The disaggregation methodology makes it easy to model the influence of thinning on stand diameter distribution; that is, it allows predicting, from the diameter distribution before thinning and the variables that define the type of thinning to be done, what the resulting diameter distribution will be after treatment and, by difference, what products have been extracted.

End of English Version

Canadian Journal of Forest Research, 36, 1461–1474. doi: 10.1139/x06-028

Barrio, A. M., Diéguez-Aranda, U., Castedo-Dorado, F., Álvarez, G. J. G., & Gadow, K. (2007). Merchantable volume system for pedunculate oak in northwestern Spain. *Annals of Forest Science*, 64, 511–520. doi: 10.1051/forest:2007028

Belsley, D. A. (1991). *Conditioning diagnostics, collinearity and weak data in regression*. New York, USA: Wiley.

Burkhart, H. E. (2003). Suggestions for choosing an appropriate level for modelling forest stands. In A. Amaro, D. Reed, & P. Soares (Eds.), *Modelling forest systems* (pp. 3–10). Wallingford, UK: CAB International.

Cao, Q. V. (2004). Predicting parameters of a Weibull function for modelling diameter distributions. *Forest Science*, 50, 682–685. Obtenido de <http://www.ingentaconnect.com/content/saf/fs/2004/00000050/00000005/art00010>

Cao, Q. V., Burkhart, H. E., & Lemm, R. C. (1982). *Diameter distributions and yields of thinned loblolly pine plantations*. USA: School of Forestry and Wildlife Resources, VPI & SU.

Castedo, D. F., Diéguez-Aranda, U., Barrio, A. M., Sánchez, R. M., & Gadow, K. (2006). A generalized height-diameter model including random components for radiata pine plantations in northwestern Spain. *Forest Ecology and Management*, 229, 202–213. doi: 10.1016/j.foreco.2006.04.028

Castedo-Dorado, F., Diéguez-Aranda, U., Barrio-Anta, M., & Álvarez-González, J. G. (2007). Modelling stand basal area growth for radiata pine plantations in Northwestern Spain using the GADA. *Annals of Forest Science*, 64, 609–619. doi: 10.1051/forest:2007039

Clutter, J. L. (1980). Development of taper functions from variable-top merchantable volume equations. *Forest Science*, 26, 117–120. Obtenido de <http://www.ingentaconnect.com/content/saf/fs/1980/00000026/00000001/art00018>

Crecente-Campo, F., Tomé, M., Soares, P., & Diéguez-Aranda, U. (2010). A generalized nonlinear mixed effects height-diameter model for *Eucalyptus globulus* L. in northwestern

- Spain. *Forest Ecology and Management*, 259, 943–952. doi: 10.1016/j.foreco.2009.11.036
- Diéguez-Aranda, U., Grandas-Arias, J. A., Álvarez-González, J. G., & Gadow, K. V. (2006). Site quality curves for birch stands in North-Western Spain. *Silva Fennica*, 40(4), 631–644. Obtenido de <http://www.metla.fi/silvafennica/full/sf40/sf404631.pdf>
- Diéguez-Aranda, U., Rojo, A. A., Castedo-Dorado, F., Álvarez, G. J. G., Barrio-Anta, M., Crecente-Campo, F., ... Sánchez, R. F. (2009). *Herramientas selvícolas para la gestión forestal sostenible en Galicia*. Galicia, España: Xunta de Galicia. Obtenido de http://mediorural.xunta.es/fileadmin/archivos/publicacions/herramientas_selvicolas.pdf
- Erviti, J. J. (1991). *Desarrollo de modelos de crecimiento y producción de las masas forestales de Pinus halepensis Mill. en España*. Tesis Doctoral. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Montes, Universidad Politécnica de Madrid, España.
- Fang, Z., Borders, B. E., & Bailey, R. L. (2000). Compatible volume-taper models for loblolly and slash pine based on a system with segmented-stem form factors. *Forest Science*, 46, 1–12. Obtenido de <http://www.ingentaconnect.com/content/saf/fs/2000/00000046/00000001/art00002>
- Gadow, K. (1996). Modelling growth in managed forests-realism and limits of lumping. *Science of the Total Environment*, 183, 167–177. doi: 10.1016/0048-9697(95)04979-7
- Gadow, K., & Pukkala, T. (2008). *Designing green landscapes. Managing forest ecosystems*. Dordrecht, Netherlands: Springer.
- Gadow, K., Real, P., & Álvarez, G. J. G. (2001). *Modelización del crecimiento y la evolución de los bosques*. Vienna, Austria: IUFRO World Series.
- García, O. (1988). Growth modeling - a (re)view. *New Zealand Journal of Forestry*, 33(3), 14–17. Obtenido de http://www.nzjf.org/free_issues/NZJF33_3_1988/1BC16DCE-AF0F-4839-8CFA-A5D9D11C4319.pdf
- García, O. (1994). The state-space approach in growth modelling. *Canadian Journal of Forest Research*, 24, 1894–1903. doi: 10.1139/x94-244
- Gómez-García, E. (2011). *Modelos dinámicos de crecimiento para rodales regulares de Betula pubescens Ehrh. y Quercus robur L. en Galicia*. Tesis doctoral, Universidad de Santiago de Compostela, España.
- González, G. J. M., Castedo, D. F., Diéguez, A. U., Rojo, A. A., Rodríguez, S. R., Álvarez, G. J. G. (2012). *Descargar GesMO® 2009*. España: Universidade de Santiago de Compostela. Obtenido de <http://www.usc.es/uxfs/Software-Propiedad-intelectual>
- Huang, S., Yang, Y., & Wang, Y. (2003). A critical look at procedures for validating growth and yield models. In A. Amaro, D. Reed, & P. Soares (Eds.), *Modelling forest systems* (pp. 271–293). Wallingford, UK: CAB International.
- Kozak, A. (1988). A variable-exponent taper equation. *Canadian Journal of Forest Research*, 18, 1363–1368. doi: 10.1139/x88-213
- Kozak, A. (2004). My last words on taper functions. *Forestry Chronicle*, 80, 507–515. doi: 10.5558/tfc80507-4
- Krumland, B. E., & Wensel, L. C. (1988). A generalized height-diameter equation for coastal California species. *Western Journal of Applied Forestry*, 3, 113–115. Obtenido de <http://www.ingentaconnect.com/content/saf/wjaf/1988/00000003/00000004/art00007>
- López, S. C. A., Gorgoso, J. J., Castedo, D. F., Rojo, A., Rodríguez, S. R., Álvarez, G. J. G., & Sánchez, R. F. (2003). A height-diameter model for *Pinus radiata* D. Don in Galicia (Northwest Spain). *Annals of Forest Science*, 60, 237–245. doi: 10.1051/forest:2003015
- Max, T. A., & Burkhart, H. E. (1976). Segmented polynomial regression applied to taper equations. *Forest Science*, 22(3), 283–289. Obtenido de <http://www.ingentaconnect.com/content/saf/fs/1976/00000022/00000003/art00011>
- Munro, D. D. (1974). Forest growth models—a prognosis. In J. Fries (Ed.), *Growth models for tree and stand simulation* (pp. 7–21). Stockholm, Sweden: Royal College of Forestry.
- Satoo, T., & Madgwick, H. A. I. (1982). *Forest biomass. Forestry sciences*. Holanda: Kluwer Academic Publishers Group.
- Sharma, M., & Parton, J. (2007). Height-diameter equations for boreal tree species in Ontario using a mixed-effects modeling approach. *Forest Ecology and Management*, 249, 187–198. doi: 10.1016/j.foreco.2007.05.006
- Sharma, M., & Zhang, S. Y. (2004). Height-diameter models using stand characteristics for *Pinus banksiana* and *Picea mariana*. *Scandinavian Journal of Forest Research*, 19, 442–451. doi: 10.1080/02827580410030163
- Statistical Analysis System (SAS) Institute Inc. (2008). *SAS/ETS® 9.2. User's Guide*. Cary, NC, USA: Autor.
- Statistical Analysis System (SAS) Institute Inc. (2009). *SAS/STAT® 9.2 User's Guide (2a ed.)*. Cary, NC, USA: Autor.
- Tomé, M. (1988). *Modelação do crescimento da árvore individual em povoamentos de Eucalyptus globulus Labill. (1ª rotação) na região centro de Portugal*. Tesis Doctoral, Instituto Superior de Agronomía, Universidad Técnica de Lisboa, Portugal.
- Vanclay, J. K. (1994). *Modelling forest growth and yield. Applications to mixed tropical forests*. Wallingford, UK: CAB International.
- White, H. (1980). A heteroskedasticity-consistent covariance matrix estimator and a direct test for heteroskedasticity. *Econometrica*, 48(4), 817–838. Obtenido de <http://www.econometricsociety.org/issue.asp?ref=0012-9682&vid=48&iid=4&oc=&s=>